



IX Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY, GIMNAZJUM
TERMIN NADSYŁANIA ROZWIĄZAŃ: 8.05.2017

O kwalifikacji do konkursu głównego decyduje suma punktów za rozwiązania zadań. Nie trzeba rozwiązać wszystkich zadań, by zostać zakwalifikowanym. Powodzenia!

ZADANIE 1

Na płaszczyźnie narysowano trzy proste, w ten sposób dzieląc ją na dokładnie n części. Podaj wszystkie możliwe wartości n . Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 2

Znajdź liczby rzeczywiste a, b takie, że $a + b = 1$ dla których wyrażenie $a^3 + b^3 + ab$ przyjmuje możliwie najmniejszą wartość. Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 3

Dany jest trójkąt ABC o kącie prostym przy wierzchołku C . Dla którego punktu leżącego w trójkącie ABC suma odległości od boków trójkąta jest najmniejsza? Odpowiedź uzasadnij.

Uwaga: Punkt leży w trójkącie ABC , jeżeli leży w jego wnętrzu lub na obwodzie.

ZADANIE 4

Wyznacz wszystkie liczby całkowite x, y, z takie, że

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} = 3.$$

ZADANIE 5

Wykaż, że część całkowita liczby

$$\frac{1000^{2000} + 2000^{1000}}{1000^{2000} - 2000^{1000}}$$

jest równa 1 oraz, że pierwszych 2600 cyfr po przecinku tej liczby (w zapisie dziesiętnym) to zera.

ZADANIE 6

Ile cyfr (w systemie dziesiętnym) ma liczba powstała przez wypisanie kolejno liczby 2^{2017} i liczby 5^{2017} ?

Uwaga: w uzasadnieniu tego i poprzedniego zadania nie powołuj się na obliczenia na kalkulatorze, czy komputerze.