



X Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY, GIMNAZJUM
TERMIN NADSYŁANIA ROZWIĄZAŃ: 16.04.2018

O kwalifikacji do konkursu głównego decyduje suma punktów za rozwiązania zadań. Nie trzeba rozwiązać wszystkich zadań, by zostać zakwalifikowanym. Powodzenia!

ZADANIE 1

Która z liczb jest większa

$$\frac{2^{2017} + 1}{2^{2018} + 1} \quad \text{czy} \quad \frac{2^{2018} + 1}{2^{2019} + 1} \quad ?$$

Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 2

W trójkącie ostrokątnym ABC dwusieczna kąta C , symetralna odcinka AC i wysokość opuszczona na bok CB przecinają się w jednym punkcie. Oblicz miarę kąta BCA .

ZADANIE 3

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p dla których liczby $p + 6$, $p + 12$, $p + 14$ i $p + 18$ są również pierwsze.

ZADANIE 4

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x_1, x_2 oraz y_1, y_2 zachodzi nierówność:

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \geq \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}.$$

ZADANIE 5

Na płaszczyźnie dany jest odcinek AB i punkt C , leżący poza tym odcinkiem. Wyznacz zbiór rzutów prostopadłych punktów odcinka AB na wszystkie proste przechodzące przez C .

ZADANIE 6

Na internetowy konkurs matematyczny przygotowano 12 zadań i ułożono z nich różne zestawy: każdy zawierający pewne 7 z 12 zadań. W konkursie wystartowało 700 uczestników i każdy z nich dostał jeden z zestawów. Uzasadnij, że każde z dwunastu zadań pojawiło się u ponad połowy uczestników.