



## IX Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

### Zadania konkursowe - klasy drugie

20 maja 2017 r.

1. Dany jest trójkąt  $ABC$ . Okrąg  $o$  przechodzi przez punkty  $B$  i  $C$  oraz przecina odcinek  $AB$  w  $D$  zaś odcinek  $AC$  w  $E$ . Okrąg  $o_2$  przechodzi przez punkty  $D$  i  $E$  i przecina odcinki  $AD$ ,  $AE$  jeszcze punktach w  $F$ ,  $G$  odpowiednio. Pokaż, że odcinki  $FG$  i  $BC$  są równoległe.

2. Dla pewnej liczby pierwszej  $p > 3$  oraz liczby naturalnej  $n$  liczba  $p^n$  ma w zapisie dziesiętnym 100 cyfr. Dowiedz, że pewna cyfra powtarza się przynajmniej 11 razy.

3. Danych jest dziesięć liczb naturalnych  $10 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{10} \leq 150$ . Wykaż, że dla pewnych  $i < j$  zachodzi nierówność:

$$\frac{a_j}{a_i} \leq \frac{4}{3}.$$

4. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$  spełniające równanie  $x^4 + (x + 2)^4 = 34$ . Odpowiedź uzasadnij.

#### Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie [konkurs.wi.pb.edu.pl](http://konkurs.wi.pb.edu.pl) w dniu 23 maja 2017 r..
6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 31 maja 2017 r.