



# XI Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

## Zadania konkursowe - klasy drugie

13 kwietnia 2019 r.

1. Liczby całkowite dodatnie  $x, y, z, t$  spełniają równanie

$$x \cdot 2^x + y \cdot 2^y = z \cdot 2^z + t \cdot 2^t.$$

Pokaż, że  $x + y = z + t$ .

2. Wierzchołki trójkąta równobocznego  $ABC$  są środkami okręgów  $o_1, o_2, o_3$ , które mają równe promienie. Spośród sześciu punktów przecięcia tych okręgów trzy — nazwijmy je  $D, E, F$  — leżą we wnętrzu trójkąta  $ABC$ . Oblicz miary kątów trójkąta  $DEF$ ; odpowiedź uzasadnij.

3. Na niektórych czarnych polach szachownicy  $8 \times 8$  ustawiono pionki w ten sposób, że każde białe pole sąsiaduje bokiem z co najmniej jednym zajęтым polem. Ile minimalnie pionków trzeba ustawić, by osiągnąć ten efekt? Odpowiedź uzasadnij.

4. Czy suma kwadratów siedmiu kolejnych liczb całkowitych może być kwadratem liczby całkowitej? Odpowiedź uzasadnij.

### Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie [konkurs.wi.pb.edu.pl](http://konkurs.wi.pb.edu.pl) do 16 kwietnia 2019 r..
6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 29 maja 2019 r.