



XI Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

13 kwietnia 2019 r.

1. Znajdź wszystkie liczby całkowite $n \geq 2$ takie, że liczba $n^6 - 1$ ma dokładnie dwa dzielniki pierwsze. Odpowiedź uzasadnij.

2. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ostrokątny ABC . Odbicia punktu I względem prostych AB , BC , CA leżą na okręgu opisanym na trójkącie ABC . Oblicz miary kątów trójkąta ABC . Odpowiedź uzasadnij.

3. Znajdź wszystkie liczby naturalne x, y, z takie, że liczby

$$\frac{x^y}{y^z}, \quad \frac{y^z}{z^x}, \quad \frac{z^x}{x^y}$$

są także naturalne. Odpowiedź uzasadnij.

4. Na płaszczyźnie zaznaczono $n \geq 4$ punktów. Gdy policzono wszystkie trójkąty o wierzchołkach w zaznaczonych punktach, okazało się, że tych trójkątów jest mniej niż $\frac{n(n-1)}{2}$. Pokaż, że pewne $n - 2$ punkty spośród zaznaczonych leżą na jednej prostej.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 16 kwietnia 2019 r..
6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 29 maja 2019 r.